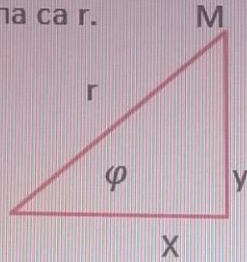


Наставне јединице за **друго 3** за период **17.03.-21.03.**

1. Тригонометријски облик комплексног броја и основне операције

Познато је од раније алгебарски облик комплексног броја $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$, $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, Угао φ је угао који х оса заклапа са г.



$$\cos \varphi = \frac{x}{r} \quad \sin \varphi = \frac{y}{r} (*)$$

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$$

$z = r \cos \varphi + ir \sin \varphi$, $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ тригонометријски облик комплексног броја

Угао φ се назива аргумент комплексног броја z и означава $\text{Arg} z$ није ознака за један реалан број већ за један из скупа бројева који се међусоно разликују за 2π .

Ако је $z=0$ аргумент се не дефинише.

Операције: $z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$, $z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$

$$1. z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

$$2. \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

Задаци су из збирке за трећи разред:

1269. а) Одреити тригонометријски облик комплексног броја ако је дато б).

Решење: $x=0, y=6$, Мсе налази на у оси па је угао $\varphi = \frac{\pi}{2}, r=6$

$$6i = 6(\cos(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) + i\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi)), k \in \mathbb{Z}$$

$$6) 3 + 3i$$

$$\text{Решење: } x=3, y=3, r=\sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$3 + 3i = 3\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$1271. \text{ a) } z_1 z_2 = ?, z_1 = \sqrt{2} \left(\cos\frac{11\pi}{4} + i\sin\frac{11\pi}{4} \right), z_2 = \sqrt{8} \left(\cos\frac{3\pi}{8} + i\sin\frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\text{Решење: } z_1 z_2 = \sqrt{2}\sqrt{8} \left(\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) \right) = 4 \left(\cos\frac{9\pi}{8} + i\sin\frac{9\pi}{8} \right)$$

Задаци за домаћи рад: 1: Одредити тригонометријски облик за комплексне бројеве а) $2 - 2i$, б) $-\sqrt{3} - i$

2. Ако је $z_1 = 2 \left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6} \right)$, $z_2 = 3 \left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12} \right)$. Одредити $z_1 z_2 = ?$

Ученици домаћи рад шаљу на maja.djokic.matematika@gmail.com

Рок да се пошаље домаћи је 1 недеља.

2. Моаврова формула

$$z^n = (r(\cos\varphi + i\sin\varphi))^n$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

$$z_1 z_2 \dots z_n = r_1 r_2 \dots r_n (\cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n))$$

Задаци из збирке за трећи разред:

$$1274. \text{ a) } z^6 = ? \text{ ако је } z = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$$

Решење: $r=1, \varphi = \frac{\pi}{6}$

$$z^6 = r^6 (\cos 6\varphi + i \sin 6\varphi) = \left(\cos 6 \frac{\pi}{6} + i \sin 6 \frac{\pi}{6} \right) = \cos \pi + i \sin \pi \\ = -1$$

б) $z^{10} = ?$, $z = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Решење:

$$x = \frac{3}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2}, r = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{3}$$

$$z^{10} = \sqrt{3}^{10} \left(\cos 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) \right) \\ = 243 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{3} \right) = 243 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

в) $z^{13} = ?$, $z = i - \sqrt{3}$

Решења: $x = -\sqrt{3}, y = 1, r = \sqrt{3+1} = 2$

$$z^{13} = 2^{13} \left(\cos 13 \cdot \frac{5\pi}{6} + i \sin 13 \cdot \frac{5\pi}{6} \right) = 2^{12} (-\sqrt{3} + i)$$

Задаци за домаћи рад: 1. Одредити z^6 ако је $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

Ученици домаћи рад шаљу на maja.djokic.matematika@gmail.com

Рок да се пошаље домаћи је 1 недеља.

maja.djokic.matematika@gmail.com