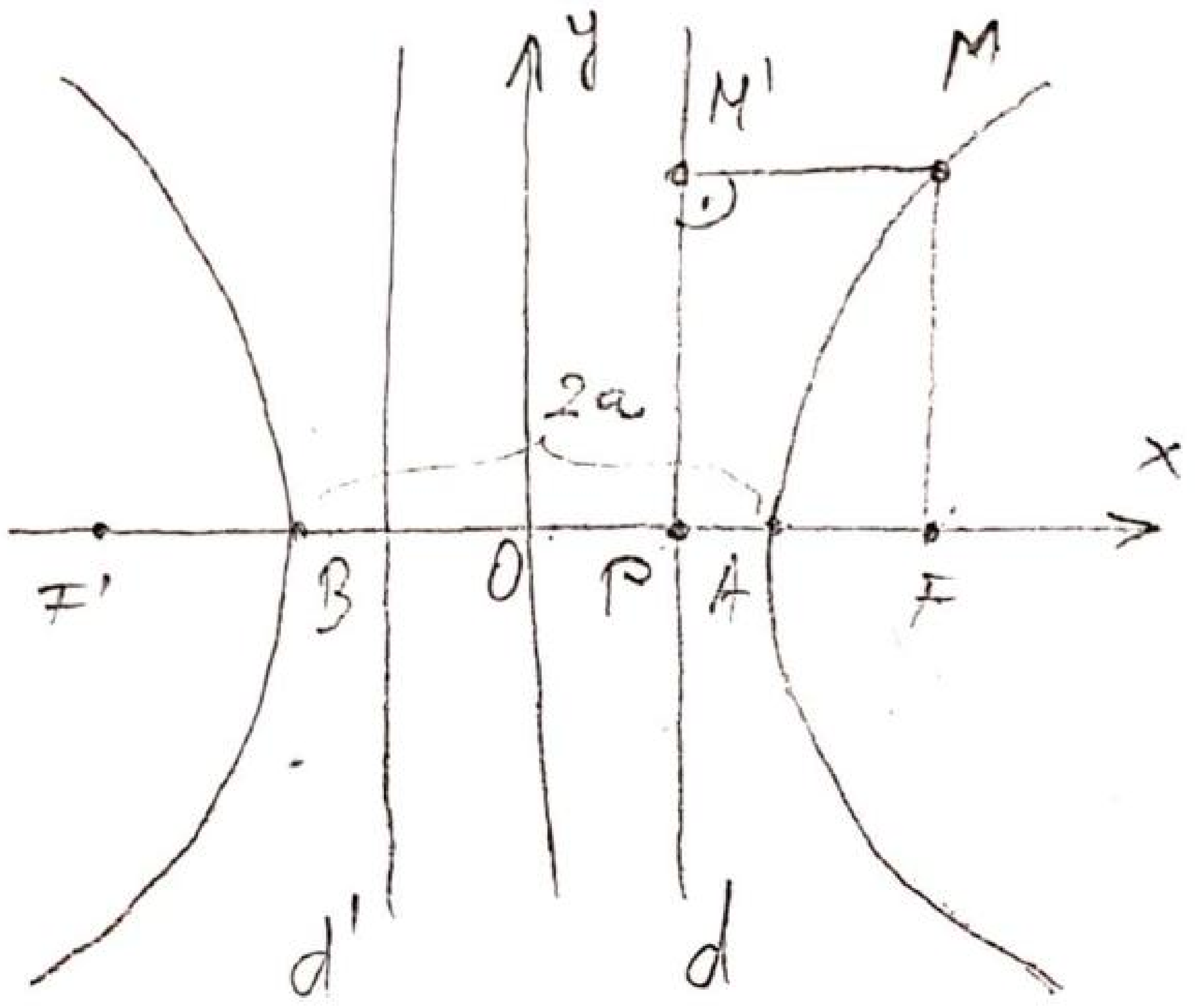
ГЛАВНИ ДЕО: (30 мин)



$FM = e \cdot FM'$ $(e > 1)$

$FA = e \cdot AP$, $FB = e \cdot BP$

$FB - FA = e(BP - AP)$

$AB = e(\cancel{a} + OP - \cancel{a} + OP)$

$2a = 2eOP \Rightarrow OP = \frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}e} \Rightarrow OP = \frac{a}{e}$

$AP = OA - OP = a - \frac{a}{e}$

$FA = e\left(a - \frac{a}{e}\right) = ae - a$

$FA = OF - OA \Rightarrow OF = FA + OA$

$OF = ae - \cancel{a} + \cancel{a} = ae \Rightarrow F(ae, 0)$, $d: x = \frac{a}{e}$

$FM^2 = e^2 MM'^2$

$(x - ae)^2 + y^2 = e^2\left(x - \frac{a}{e}\right)^2$

$x^2 - 2aex + a^2e^2 + y^2 = e^2\left(x^2 - 2\frac{a}{e}x + \frac{a^2}{e^2}\right)$

$x^2 - \cancel{2aex} + a^2e^2 + y^2 = x^2e^2 - \cancel{2aex} + a^2$

$x^2e^2 - x^2 - y^2 = a^2e^2 - a^2$

$x^2(e^2 - 1) - y^2 = a^2(e^2 - 1) \;\big|\, : a^2(e^2-1)$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2(e^2-1)} = 1$, $a^2(e^2-1) = b^2$

$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$ Једначина хиперболе

1° $a \rightarrow$ реална полуоса

$2a \rightarrow$ −||− оса (пролази кроз обе жиже)

$b \rightarrow$ имагинарна −||−

$2b \rightarrow$ −||− оса (управна на реалној оси)

2° линеарни ексцентрицитет

$c^2 = a^2 + b^2$

3° нумерички −||−

$e = \frac{c}{a}$

4° директрисе: $x = \pm \frac{a}{e}$

Пример 1: Одредити полуосе, координате жижа и темена хиперболе $16x^2 - 25y^2 = 400$.

$IV_{1,5,3}$

Решење: $16x^2 - 25y^2 = 400 \,/ : 400$ $a = 5$, $b = 4$ $c^2 = a^2 + b^2 = 25 + 16 = 41$

$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ $F'(-\sqrt{41}, 0)$, $F(\sqrt{41}, 0)$, $A(5, 0)$, $B(-5, 0)$

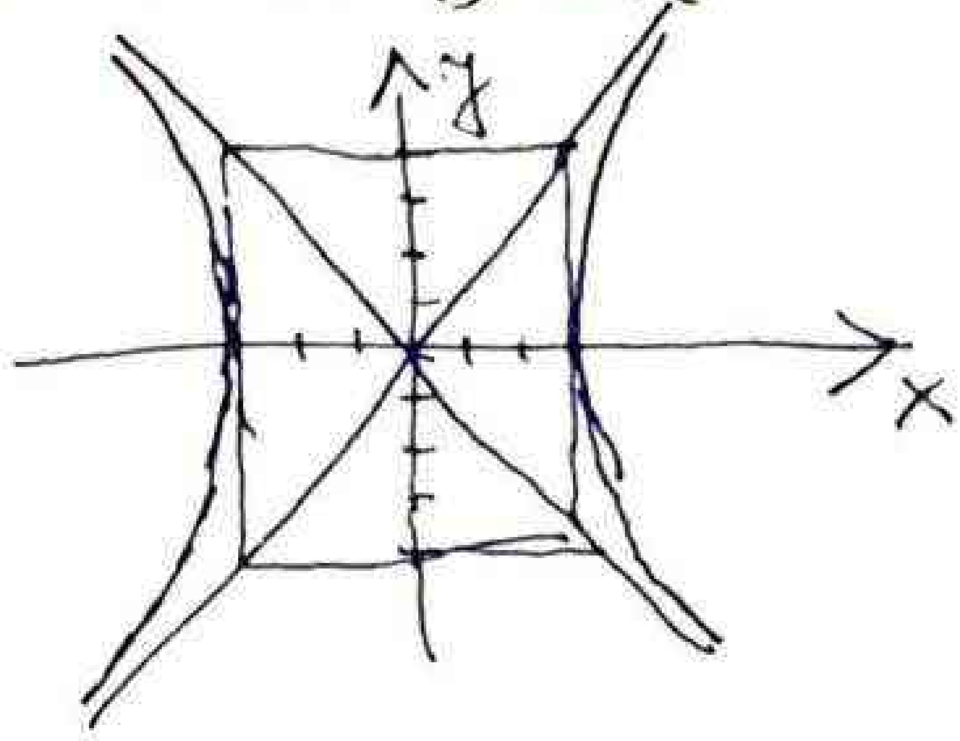
Пример 2: Написати ј-ну хиперболе ако је растојање између њених жижа 10, а реална полуоса износи 3.
$III_{4,5,3}$

Решење: $a=3$, $2c=10$, $c=5$ $\quad c^2=a^2+b^2$

$b^2=c^2-a^2=25-9=16$

$b=4$.

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$



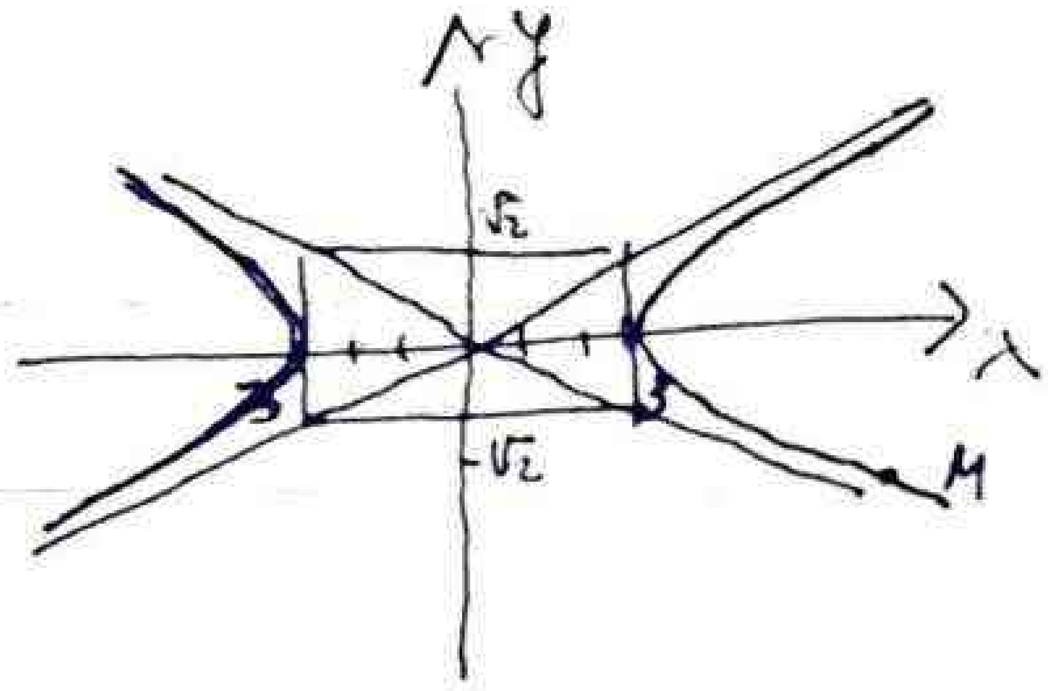
935.

б) $2a=6$, $M=(9,-4)$

$III_{5,3}$ $a=3$ $\quad \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ni M(9,-4)$

$$\frac{81}{9}-\frac{16}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{16}{b^2}=-1+9 \Rightarrow 8=\frac{16}{b^2} \Rightarrow b^2=2$$

$$\boxed{\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{2}=1}$$



936.

а) $F_1(-10,0)$ $F_2(10,0)$, $M(12, 3\sqrt{5})$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \;\Big|\; a^2b^2 \qquad c^2=a^2+b^2$

$b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2 \qquad 100=a^2+b^2$

$144b^2-45a^2=a^2b^2 \qquad b^2=100-a^2$

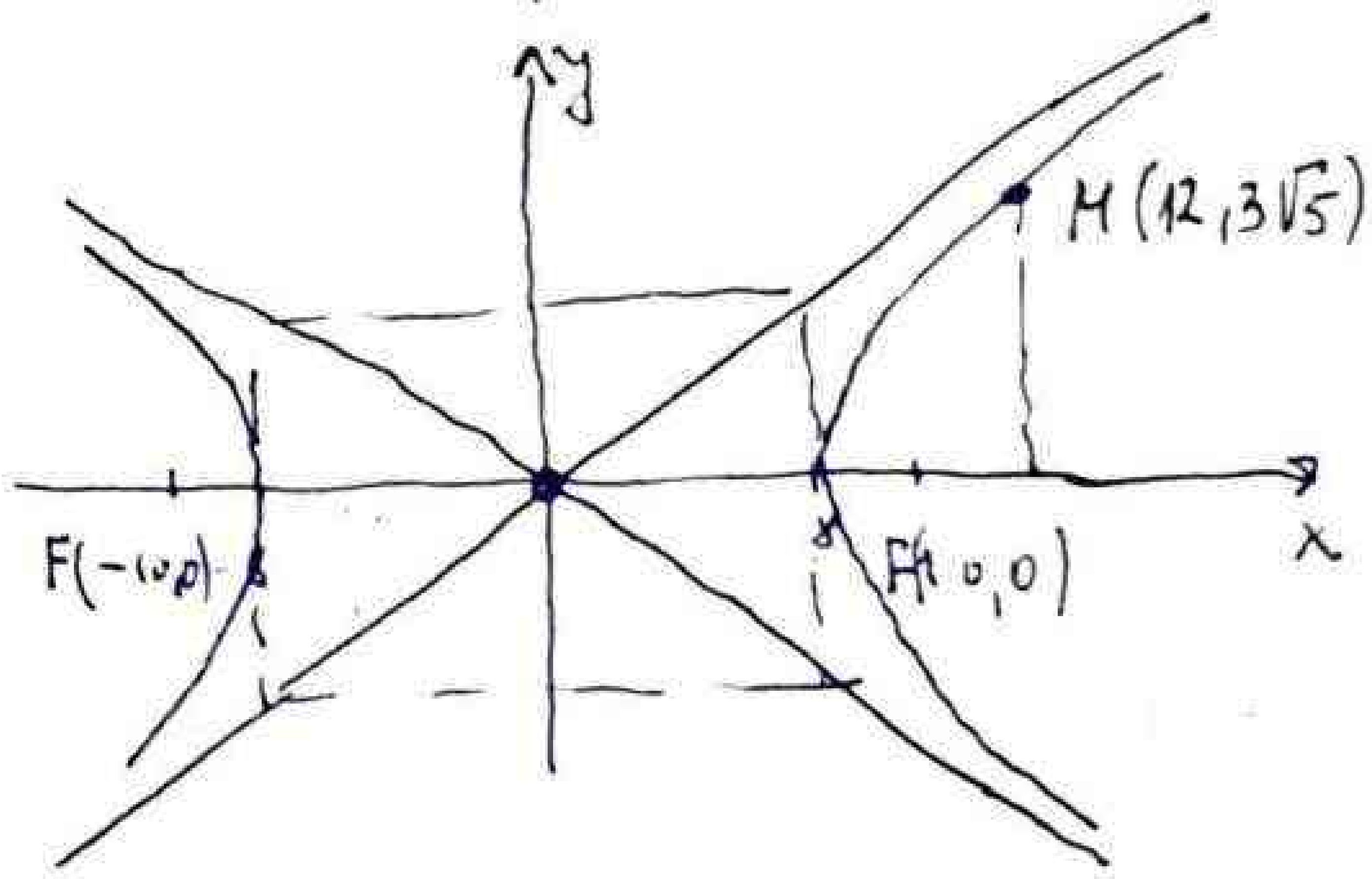
$144(100-a^2)-45a^2=a^2(100-a^2)$

$14400-144a^2-45a^2=100a^2-a^4$

$a^4-144a^2-45a^2-100a^2+14400=0$

$a^4-289a^2+14400=0$

$$(a^2)_{1,2}=\frac{289\pm\sqrt{289^2-4\cdot 14400}}{2}=\frac{289\pm\sqrt{83521-57600}}{2}=\frac{289\pm 161}{2}$$



$\cancel{a_1^2=225}$ $\qquad a_2^2=64$

$\cancel{a_1=15}$ $\qquad a_2=8$

$\cancel{b_1^2}<0$ $\qquad b_2^2=36$

$$\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$$

ЗАВРШНИ ДЕО: (5 мин)

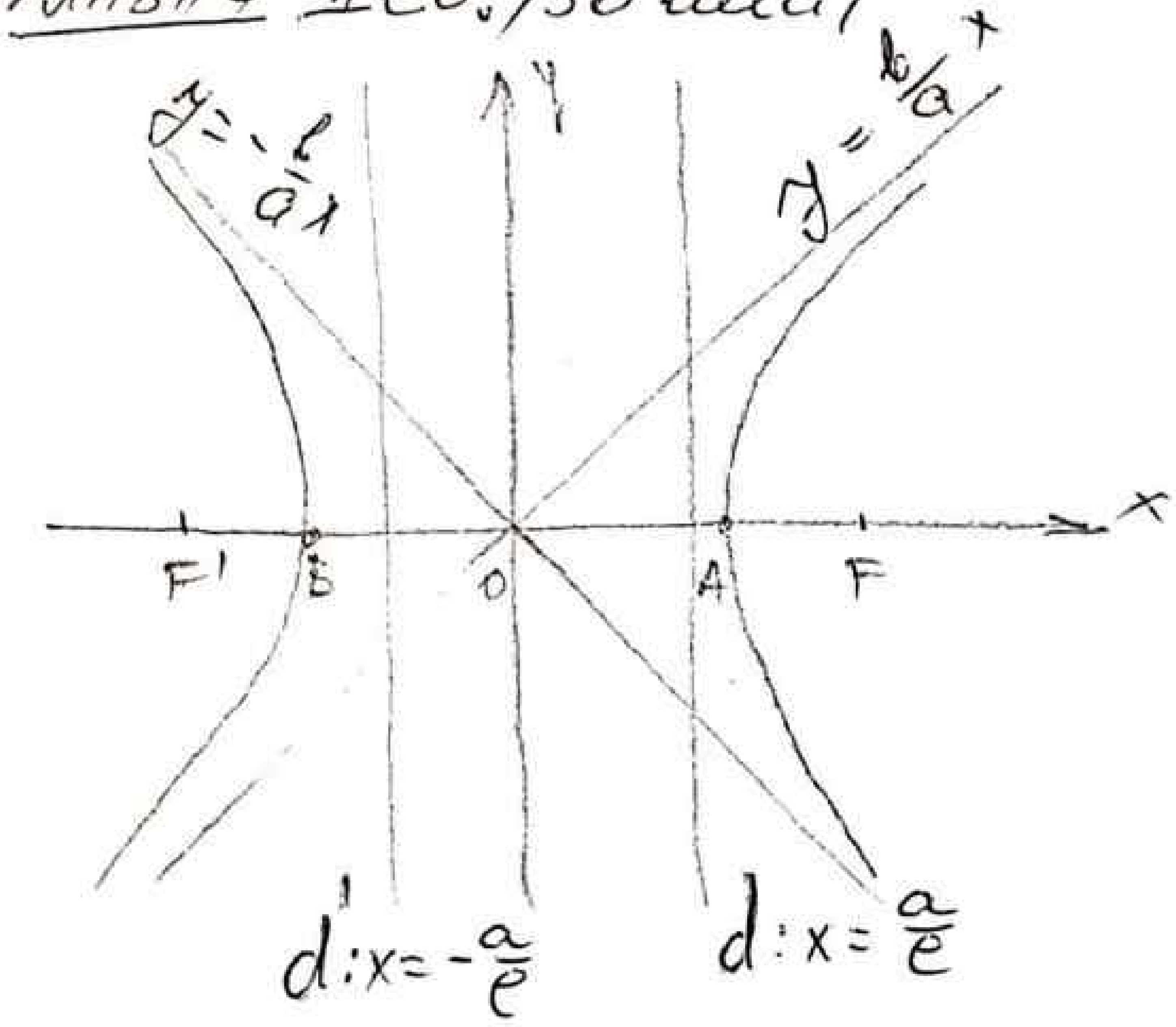
Домаћи: (935. а), б))

Гр III_4, III_5, III_3

93. Асимптоте, ексцентрицитет и директрисе хиперболе

тип часа: комбиновани
облик рада: индивидуални и комбиновани
метод рада: монолошко - дијалошки
циљ часа: Ученици ће научити асимптоте, ексцентрицитет и директрисе хиперболе
литература: С. Огњановић, Ж. Ивановић: Збирка за III разред средње школе

уводни део: /5-10 мин/
Преглед домаћег задатка.
главни део: /30 мин/



$c^2=a^2+b^2 \rightarrow$ линеарни ексцентрицитет
$e=\frac{c}{a} \rightarrow$ нумерички ексцентрицитет

934. $III_{4,5,3}$ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

а) $F'(-c,0), F(c,0)$
$c^2=a^2+b^2=25$
$F'(-5,0), F(5,0)$

б) $e=\frac{c}{a}$
$e=\frac{5}{3}$

в) $y=\pm\frac{b}{a}x$, $x=\pm\frac{a}{e}$
$y=\pm\frac{4}{3}x$, $x=\pm\frac{3}{\frac{5}{3}}=\pm\frac{9}{5}$

953. $M(2,3)$, $\alpha=60^\circ$ $y=\frac{b}{a}x$
$III_{4,5,3}$

$tg\alpha=\frac{b}{a} \Rightarrow tg60^\circ=\frac{b}{a}$
$\sqrt{3}=\frac{b}{a} \Rightarrow b=a\sqrt{3}$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$
$4b^2-9a^2=a^2b^2$
$4\cdot a^2\cdot 3-9a^2=a^2\cdot 3a^2$
$12a^2-9a^2=3a^4 /:a^2$
$3=3a^2 \Rightarrow a^2=1$
$b^2=3a^2 \Rightarrow b^2=3$
$b=\sqrt{3}$

$\boxed{x^2-\frac{y^2}{3}=1}$